

Часть 1

Единый государственный экзамен по МАТЕМАТИКЕ
Тренировочный вариант № 31

Инструкция по выполнению работы

На выполнение экзаменационной работы по математике даётся 4 часа (240 мин). Работа состоит из двух частей и содержит 20 заданий.

Часть 1 содержит 14 заданий с кратким ответом (В1–В14) базового уровня по материалу курса математики. Задания части 1 считаются выполненными, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Часть 2 содержит 6 более сложных заданий (С1–С6) по материалу курса математики. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

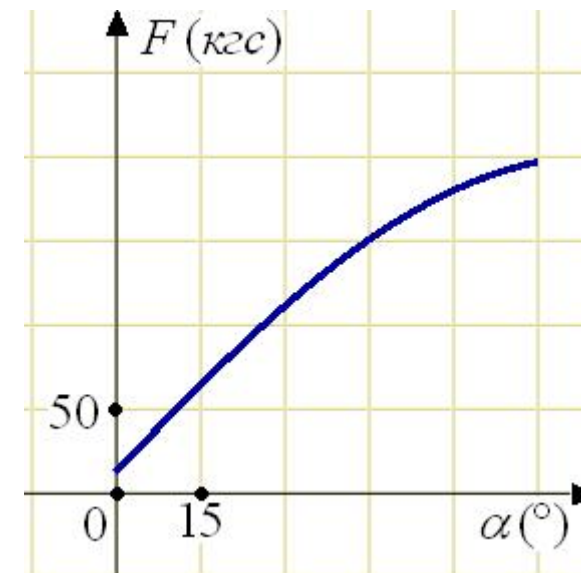
Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удаётся выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий вы сможете вернуться, если у вас останется время.

Желаем успеха!

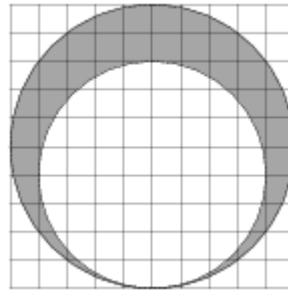
Ответом к заданиям этой части (В1–В14) является целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера соответствующего задания, начиная с первой клеточки, без пробелов. Каждую цифру, знак минус и запятую пишете в отдельной клеточке в соответствии с приведёнными в бланке образцами. Единицы измерения писать не нужно.

В1 Тетрадь стоит 27 рублей. Сколько рублей заплатит покупатель за 60 тетрадей, если при покупке больше 50 тетрадей магазин делает скидку 10% от стоимости всей покупки?

В2 В аэропорту чемоданы пассажиров поднимают в зал выдачи багажа по транспортерной ленте. При проектировании транспортера необходимо учитывать допустимую силу натяжения ленты транспортера. На рисунке изображена зависимость натяжения ленты от угла наклона транспортера к горизонту при расчетной нагрузке. На оси абсцисс откладывается угол подъема в градусах, на оси ординат – сила натяжения транспортерной ленты (в килограммах силы). При каком угле наклона сила натяжения достигает 150 кгс? Ответ дайте в градусах.



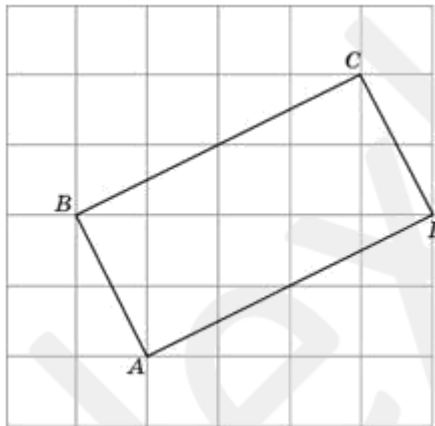
В3 На клетчатой бумаге нарисовано два круга. Площадь внутреннего круга равна 16. Найдите площадь заштрихованной фигуры.



В4 В первом банке один швейцарский франк можно купить за 30,5 рубля. Во втором банке 120 франков — за 3672 рубля. В третьем банке 40 франков стоят 1228 рублей. Какую наименьшую сумму (в рублях) придется заплатить за 100 швейцарских франков?

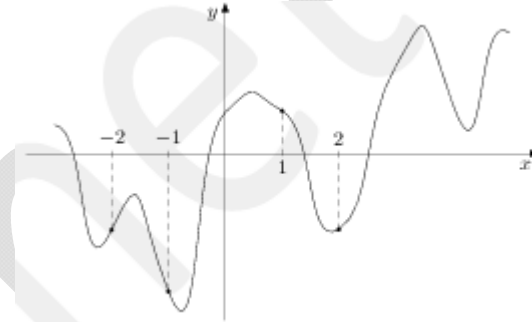
В5 Найдите корень уравнения $\log_{x+7} 25 = 2$. Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

В6 Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника $ABCD$, если стороны квадратных клеток равны 1.



В7 Найдите значение выражения $\log_a(ab^3)$, если $\log_b a = \frac{1}{7}$.

В8 На рисунке изображен график функции $y = f(x)$ и отмечены точки -2, -1, 1, 2. В какой из этих точек значение производной наибольшее? В ответе укажите эту точку.



В9 В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ ребро $AB=2$, ребро $AD = \sqrt{5}$, ребро $AA_1=2$. Точка K — середина ребра CC_1 . Найдите площадь сечения, проходящего через точки A_1 , D_1 и K .

В10 По отзывам покупателей Василий Васильевич оценил надёжность двух интернет-магазинов. Вероятность того, что нужный товар доставят из магазина А, равна 0,8. Вероятность того, что этот товар доставят из магазина Б, равна 0,88. Василий Васильевич заказал товар сразу в обоих магазинах. Считая, что интернет-магазины работают независимо друг от друга, найдите вероятность того, что ни один магазин не доставит товар.

В11 Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки A, B, B_1, C_1 прямоугольного параллелепипеда $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$, у которого $AB=5, AD=3, AA_1=4$.

В12 Автомобиль, движущийся в начальный момент времени со скоростью $v_0 = 26$ м/с, начал торможение с постоянным ускорением $a = 4$ м/с². За t секунд после начала торможения он прошёл путь $S = v_0 t - \frac{at^2}{2}$ (м). Определите время, прошедшее от момента начала торможения, если известно, что за это время автомобиль проехал 60 метров. Ответ выразите в секундах.

В13 Поезд, двигаясь равномерно со скоростью 60 км/ч, проезжает мимо лесополосы, длина которой равна 400 метрам, за 1 минуту. Найдите длину поезда в метрах.

B14 Найдите точку максимума функции

$$y = (2x - 3) \cos x - 2 \sin x + 5 \text{ принадлежащую промежутку } \left(0; \frac{\pi}{2}\right).$$

Часть 2

Для записи решений и ответов на задания C1–C6 используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания (C1, C2 и т.д.), а затем полное обоснованное решение и ответ.

C1 а) Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + 1 = 2(\sqrt{2} + 1) \operatorname{ctg} x$

б) Найдите все корни на промежутке $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{7\pi}{4}\right]$

C2 Через середину высоты правильной четырехугольной пирамиды проведено сечение, перпендикулярное боковому ребру. Найдите площадь этого сечения, если длина бокового ребра равна 4, а угол между боковыми ребрами, лежащими в одной грани, равен 60° .

C3 Решите систему неравенств

$$\begin{cases} 2^{2x+1} - 21 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+2} + 2 \geq 0 \\ \log_{49}(x+3) - \log_7(x+2) < 0 \end{cases}$$

C4 Пусть O - центр окружности, описанной около треугольника ABC , угол AOC равен 60 градусов. Найдите угол AMC , где M - центр окружности, вписанной в треугольник ABC .

C5 Найдите все числа, которые не могут быть корнями уравнения

$$4\sqrt{2x^4 + x^3} = a \cdot \sqrt[4]{4 - a^4} \cdot (x + 4x^2 - 8)$$

ни при каком значении параметра a .

C6 а) В классе была дана контрольная. Известно, что по крайней мере две трети задач этой контрольной оказались трудными: каждую такую задачу не решили по крайней мере две трети школьников. Известно также, что по крайней мере две трети школьников класса написали контрольную хорошо: каждый такой школьник решил по крайней мере две трети задач контрольной. Могло ли такое быть?

б) Изменится ли ответ в этой задаче, если заменить везде в её условии две трети на три четверти?

в) Изменится ли ответ в этой задаче, если заменить везде в её условии две трети на семь десятых?