Ответы к заданиям части 1

Каждое правильно выполненное задание части 1 оценивается 1 баллом. Задания части 1 считаются выполненными верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задание	Ответ
B1	1120
B2	13
B3	4,5
B4	477
B5	6
B6	135
B7	2
B8	6
B9	3
B10	0,875
B11	120
B12	2
B13	11
B14	3

Ответы к заданиям части 2

Задание	Ответ
C1	а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z};$ б) $\frac{3\pi}{2},\ \frac{5\pi}{3}$
C2	$\operatorname{arctg}\frac{7}{48}$
C3	$(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$
C4	$\frac{\sqrt{6}+2}{4}$ или $\frac{\sqrt{6}-2}{4}$
C5	-4; 4; 6
C6	а) И ; б) Р

Критерии оценивания заданий с развёрнутым ответом

C1 а) Решите уравнение $\left(2\cos^2 x-5\cos x+2\right)\cdot\log_{11}\left(-\sin x\right)=0.$

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\frac{5\pi}{2}\right]$.

Решение.

Левая часть уравнения имеет смысл при $\sin x<0$.

Если $\log_{11}\left(-\sin x\right)=0,$ то , $\sin x=-1,$откуда $x=-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z}.$

Если $\log_{11}\left(-\sin x\right)\neq 0,$ то $2\cos^2 x-5\cos x+2=0,$ откуда $\cos x=2$ или $\cos x=\frac{1}{2}.$

Уравнение $\cos x=2$ не имеет решений. Учитывая, что $\sin x<0$, из уравнения $\cos x=\frac{1}{2}$ получаем:

$$x=-\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$$

б) С помощью решения неравенств отберём корни, принадлежащие отрезку $\left[\pi;\frac{5\pi}{2}\right]$.

$$\pi\le-\frac{\pi}{2}+2\pi n\le\frac{5\pi}{2}\,/:\pi$$

$$1\le-\frac{1}{2}+2n\le\frac{5}{2}$$

$$1+\frac{1}{2}\le 2n\le\frac{5}{2}+\frac{1}{2}$$

$$\frac{3}{2}\le 2n\le 3\,/:2$$

$$\frac{3}{4}\le n\le\frac{3}{2}$$

$n=1,$ **т.к.** $n\in\mathbb{Z}$. Отсюда получаем — $-\frac{\pi}{2}+2\pi n=-\frac{\pi}{2}+2\pi=\frac{-\pi+4\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}.$

$$\pi\le-\frac{\pi}{3}+2\pi k\le\frac{5\pi}{2}\,/:\pi$$

$$1\le-\frac{1}{3}+2k\le\frac{5}{2}$$

$$1+\frac{1}{3}\le 2k\le\frac{5}{2}+\frac{1}{3}$$

$$\frac{4}{3}\le 2k\le\frac{17}{6}$$

$$\frac{4}{6}\le k\le\frac{17}{12}$$

$k=1,$ **т.к.** $k\in\mathbb{Z}$. Отсюда получаем — $-\frac{\pi}{3}+2\pi k=-\frac{\pi}{3}+2\pi k=\frac{-\pi+6\pi}{3}=\frac{5\pi}{3}.$

Получим числа $\frac{3\pi}{2},\ \frac{5\pi}{3}.$

Замечание. Отбор корней может быть обоснован и любым другим способом: с помощью графика, числовой окружности и т.п.

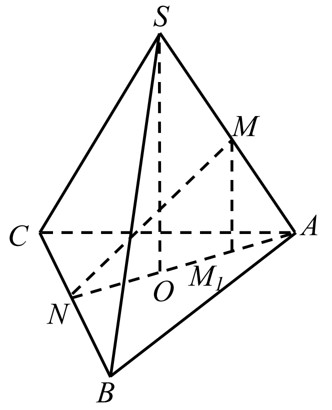
Ответ: а) $-\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in\mathbb{Z};\ -\frac{\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z};$ б) $\frac{3\pi}{2},\ \frac{5\pi}{3}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	2
Обоснованно получен верный ответ в пункте *а* или в пункте *б*	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C2 В правильной треугольной $SABC$ пирамиде с основанием ABC известны ребра $AB=24\sqrt{3},\ SC=25$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

Решение.

Пусть N — середина ребра BC, а M — середина AS. Прямая AS проецируется на плоскость основания в прямую AN. Поэтому проекция точки M — точка M_1 — лежит на отрезке AN. Значит, прямая AN является проекцией прямой AM, следовательно, угол M_1NM — искомый. Поскольку $M_1M\parallel SO$, где O — центр основания, MM_1 — средняя линия треугольника SAO



Тогда $NM_1=AN-\frac{1}{2}AO=\frac{2}{3}AN=\frac{2}{3}\cdot 24\sqrt{3}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}=24.$

Кроме того, $MM_1=\frac{1}{2}SO=\frac{1}{2}\sqrt{SC^2-CO^2}=\frac{7}{2}.$

Из прямоугольного треугольника MM_1A находим:

$$\operatorname{tg}\angle M_1NM=\frac{MM_1}{NM_1}=\frac{7}{48}.$$

Ответ: $\operatorname{arctg}\frac{7}{48}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ или решение не закончено, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

C3 Решите неравенство

$$\log\left(\left(7^{-x^2}-3\right)\left(7^{-x^2+16}-1\right)\right)+\log_2\frac{7^{-x^2}-3}{7^{-x^2+16}-1}>\log_2\left(7^{7-x^2}-2\right)^2.$$

Решение.

1. Сделаем замену $t=7^{-x^2}$, $0<t\le 1$, тогда неравенство принимает вид:

$$\log\left((t-3)\left(7^{16}t-1\right)\right)+\log_2\frac{t-3}{7^{16}t-1}>\log_2\left(7^7t-2\right)^2.$$

Так как $t-3<0$, то $7^{16}t-1<0$, а значит, $0<t<\frac{1}{7^{16}}$.

Получаем:

$$\begin{cases}\log_2(t-3)^2>\log_2\left(7^7t-2\right)^2,\\ 0<t<\frac{1}{7^{16}};\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|t-3|>\left|7^7t-2\right|,\\ 0<t<\frac{1}{7^{16}};\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3-t>2-7^7t,\\ 0<t<\frac{1}{7^{16}};\end{cases}\Leftrightarrow 0<t<\frac{1}{7^{16}}.$$

Поясним: неравенство $3-t>2-7^7t$ эквивалентно неравенству $\left(7^7t-1\right)t>-1$ и выполнено для всех значений переменной.

Итак,

$$7^{-x^2}<7^{-16}\Leftrightarrow x^2>16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>4,\\ x<-4.\end{array}\right.$$

Ответ: $(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	3
Обоснованно получены верные ответы в обоих неравенствах системы неравенств	2
Обоснованно получен верный ответ в одном неравенстве системы неравенств	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3

C4 На стороне CD квадрата $ABCD$ построен равносторонний треугольник CPD. Найдите высоту треугольника ADP, проведённую из вершины D, если известно, что сторона квадрата равна 1.

Решение.

1. Пусть точки P и A лежат по одну сторону от прямой CD (рис. 1). Треугольник ADP — равнобедренный $(AD=DC=DP=1)$, поэтому

$$\angle DAP=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\angle ADP\right)=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\left(90^\circ-60^\circ\right)\right)=75^\circ.$$

Пусть DH — высота треугольника ADP. Из прямоугольного треугольника ADH находим, что

$$DH=AD\sin\angle DAH=1\cdot\sin 75^\circ=\cos 15^\circ=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}.$$

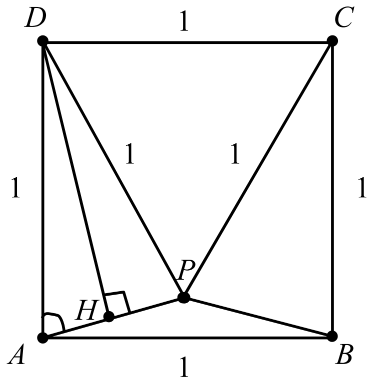


Рис. 1

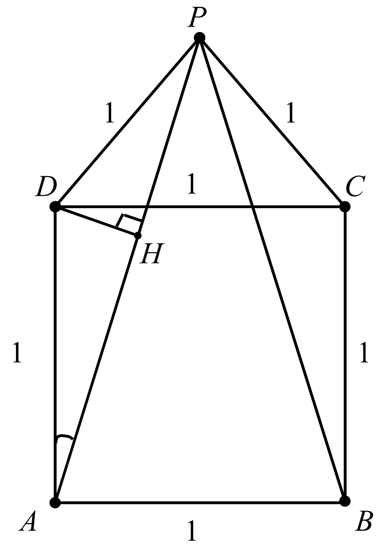


Рис. 2

2. Пусть теперь точки P и A лежат но разные стороны от прямой CD (рис. 2). Треугольник ADP — равнобедренный $(AD=DC=DP=1)$, поэтому

$$\angle DAP=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\angle PDA\right)=\frac{1}{2}\left(180^\circ-\left(90^\circ+60^\circ\right)\right)=15^\circ.$$

Из прямоугольного треугольника ADH находим, что

$$DH=AD\sin\angle DAH=1\cdot\sin 15^\circ==\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}.$$

Ответ: $\frac{\sqrt{6}+2}{4}$; $\frac{\sqrt{6}-2}{4}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	3
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, в которой получено правильное значение искомой величины	2
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, в которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	3